

# IOI2004 題目中文版

## 阿特米斯 (Artemis)

### 問題描述

宙斯給森林女神阿特米斯一塊矩形土地種植樹木。這塊矩形土地的左邊位於正 Y 軸，下邊位於正 X 軸，左下方位於  $(0, 0)$  原點。宙斯告訴阿特米斯神樹木只能種在矩形土地內的整數點上。阿特米斯神希望森林看起來非常自然，所以她種樹的時候會注意任何兩棵樹的連線都不會與 X 軸或 Y 軸平行。

宙斯有時候會請阿特米斯神依下列條件為他砍樹。

1. 宙斯希望至少要砍  $T$  棵樹。
2. 宙斯希望提倡足球運動，所以阿特米斯神必須將一矩形區域內的所有樹都砍倒，同時不能砍任何位於該區域外的樹。
3. 此矩形區域的每一邊都與 X 軸或 Y 軸平行。
4. 此矩形區域的一組對角必須位於樹的位置上，而且這兩棵位於對角的樹也必須砍除。

阿特米斯神非常喜歡樹，所以她希望以砍倒最少的樹來滿足上述條件。請寫一個程式。從樹木種植情形及給定之最少需砍樹木棵數  $T$ ，找出此矩形區域。

### 輸入

輸入檔名為 artemis.in。第一行為一整數  $N$ ，代表森林中的樹木棵數。第二行為一整數  $T$ ，代表需砍倒的最少樹木棵數。之後的  $N$  行記錄樹的位置。每一行有兩個整數  $X$  及  $Y$ ，代表樹位置的  $X$  及  $Y$  座標。X 座標在 Y 座標之前。

### 輸出

輸出檔名為 artemis.out。該檔案只有一行，包含兩個以一空白隔開的整數  $I$  及  $J$ 。阿特米斯神會使用第  $I$  棵 (輸入的第  $I+2$  行) 及第  $J$  棵樹 (輸入的第  $J+2$  行) 作為砍樹矩形區域的兩個對角。選取區域的最佳方法可能超過一種，但你只需輸出其中一種， $I$  及  $J$  的輸出順序不重要。每一組測試資料都存在至少一組解。

### 範例輸入及輸出

artemis.in

```
3
2
1 1
```

artemis.out

```
1 2
```

### 限制

在所有的輸入中， $1 < N \leq 20000$ ， $0 \leq X, Y \leq 64000$  並且  $1 \leq T \leq N$ 。  
除此之外，在 50% 的輸入中， $1 < N < 5000$ 。

## 赫密士神 (Hermes)

### 問題描述

在希臘眾神所住的摩登城市裡，所有的街道呈棋盤方格狀。街道都與  $x$ -軸或  $y$ -軸平行並位於整數格線上。對每一整數  $Z$ ，都存在一條橫向( $y$ -座標= $Z$ )及縱向( $x$ -座標= $Z$ ) 的街道。如此一來，街道相交點都能以一整數座標表示之。在炎熱的夏天，眾神會在街道交叉口的快餐店內休息。訊息使者赫密士神 (Hermes) 在街道上來回移動將光子訊息傳遞給在快餐店裡休息的眾神。雖然每一個訊息都只要傳給一位特定的神，但是如果其他的神看到也無所謂。

所有的訊息必須依照給定的順序傳遞。赫密士神知道所有訊息應該依序傳遞到的座標位置。赫密士神從座標  $(0, 0)$  出發。如果要將訊息傳遞給在座標為  $(X_i, Y_i)$  快餐店的某神時，赫密士神只需移動至該座標上的橫向街道 ( $y$ -軸為  $Y_i$ ) 或縱向街道 ( $x$ -軸為  $X_i$ ) 即可。當所有的訊息傳遞完後，赫密士神就立正站好不動。

給定一座標位置序列，請寫一個程式計算赫密士神依序將所有訊息傳遞給眾神的最短總移動距離。

### 輸入

輸入檔檔名為 hermes.in。第一行有一整數  $N$ ，代表所要傳遞的訊息總數。接下來的  $N$  行則各有一座標，代表訊息所需傳遞至的街道交叉口位置。訊息依這  $N$  個座標出現的順序依次傳遞。每一個座標都有兩個整數，第一個整數代表  $x$ -座標，第二個整數代表  $y$ -座標。

### 輸出

輸出檔名應為 hermes.out。此檔只有一行且該行只有一整數，即赫密士神將所有訊息傳遞出去的最短總移動距離。

### 範例輸入及輸出

hermes.in

```
5
8 3
7 -7
8 1
```

hermes.out

```
11
```

## 限制

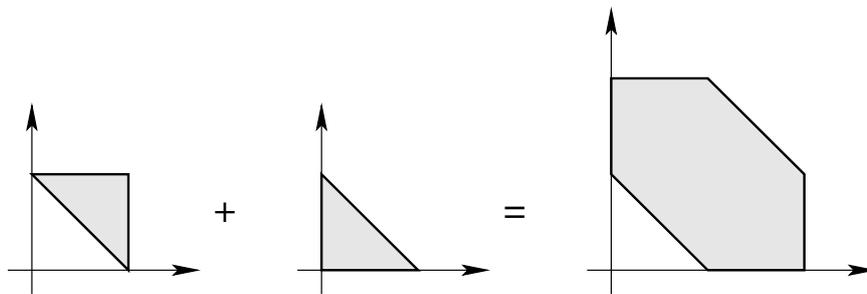
在所有的輸入中， $1 \leq N \leq 20000$ ,  $-1000 \leq X_i, Y_i \leq 1000$ 。除此之外，在 50% 的輸入中， $1 \leq N \leq 80$ 。

## 多邊形 (Polygon)

### 問題描述

一多邊形由其邊界上與邊界包圍之區域內的點所組成。所謂的凸多邊形是指該多邊形的任兩點  $X$  和  $Y$  所連接成的線段都在多邊形內。本題所說的多邊形都是至少有兩個頂點的凸多邊形，該多邊形所有的頂點都不相同且座標值皆為整數。多邊形的頂點沒有三點共線的情形。以下提到的「多邊形」指的都是如上所述的多邊形。

給定兩個多邊形  $A$  和  $B$ ，所謂的  $A$  和  $B$  的明考夫斯基和 (Minkowski sum 以下簡稱為明氏和) 是由所有形式為  $(x_1+x_2, y_1+y_2)$  的點所組成，其中  $(x_1, y_1)$  屬於  $A$  中的點而  $(x_2, y_2)$  屬於  $B$  中的點。已知兩個多邊形的明氏和仍然是多邊形。下圖所示為兩個三角形與其明氏和。



我們要研究明氏和的反運算。亦即給定一個多邊形  $P$ ，希望找出兩個多邊形  $A$  和  $B$  滿足以下的條件：

- $P$  為  $A$  和  $B$  之明氏和，
- $A$  有 2 到 4 個頂點，換言之它可以是一線段 (2 個頂點)，一個三角形 (3 個頂點)或是四邊形 (4 個頂點)，
- $A$  的頂點越多越好，也就是說：
  - $A$  應該儘可能是四邊形，
  - 如果  $A$  不可能是四邊形，則儘可能是三角形，
  - 否則它應該是一線段。

顯然  $A$  和  $B$  都不能等於  $P$ ，因為如果其中一個是  $P$  的話另一個就必須是一個點，但是單一點並不是多邊形。

你會有一組輸入檔，每一個輸入檔描述一多邊形  $P$ 。對每一個輸入檔你要找到符合上述要求的多邊形  $A$  和  $B$ ，且產生一個描述該多邊形  $A$  和  $B$  的輸出檔。所有的輸入檔都保證一定可以找到符合條件的多邊形  $A$  和  $B$ 。如果有多組正確答案，你只要找到並輸出其中一組即可。你只需交出輸出檔，不要交任何程式。

## 輸入

總共有 10 個多邊形問題資料，分別存放於檔名為 polygon1.in 到 polygon10.in 的文字檔中(text file)，其中 polygon 後面的數字為輸入檔號碼。每個輸入檔的格式如下。第一行是一個整數  $N$ ，為多邊形  $P$  的頂點數。接下來的  $N$  行以逆時鐘方向標示頂點，每行一個頂點。第  $I+1$  行( $I=1, 2, \dots, N$ ) 有兩個以空白分開的整數  $X_I$  和  $Y_I$ ，代表多邊形的第  $I$  個頂點。所有的座標值都是非負整數。

## 輸出

你必須交出 10 個和輸入檔對應的輸出檔來描述找到的多邊形  $A$  和  $B$ 。每個檔案的第一行的文字如下：

#FILE polygon I

其中整數  $I$  ( $1 \leq I \leq 10$ ) 為相對應的輸入檔號碼。

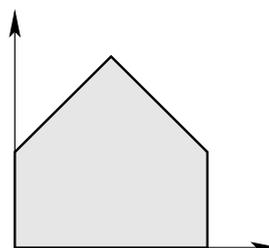
輸出檔的格式和輸入檔類似。第二行應有一整數  $N_A$ ，為  $A$  的頂點數 ( $2 \leq N_A \leq 4$ )。接下來的  $N_A$  行以逆時鐘方向標示  $A$  的頂點，每行一個頂點。第  $I+2$  行( $I=1, 2, \dots, N_A$ ) 有兩個以一空白分開的整數  $X$  和  $Y$ ，代表多邊形  $A$  的第  $I$  個頂點。

第  $N_A+3$  行應該是一整數  $N_B$ ，代表  $B$  的頂點數 ( $2 \leq N_B$ )。接下來的  $N_B$  行以逆時鐘方向標示  $A$  的頂點，每行一個頂點。第  $N_A+J+3$  行 ( $J=1, 2, \dots, N_B$ ) 有兩個以一空白分開的整數  $X$  和  $Y$ ，代表多邊形  $B$  的第  $J$  個頂點。

## 輸入和輸出範例

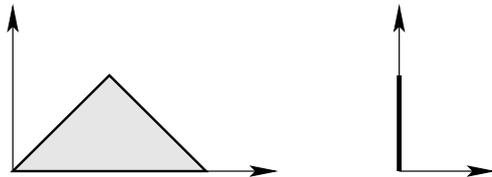
polygon0.in

5
0 1
0 0
2 0

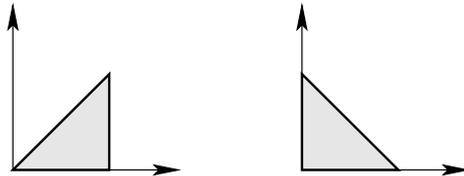


下列兩個檔案皆為輸入範例之正確解答(請參考圖示)，因為兩個答案中  $A$  都是三角形而且不可能有  $A$  為四邊形的答案。

```
#FILE polygon 0
3
0 0
2 0
1 1
```



```
#FILE polygon 0
3
0 0
1 0
1 1
3
```



## 障礙段 (Empodia)

### 問題描述

古數學及哲學家畢氏相信自然之本質為數學。現代生物學家研究生物數列 (biosequences)。生物數列為滿足下列條件之  $M$  個整數所成的數列：

- 包含從  $0, 1, \dots$ , 到  $M-1$  的所有數字
- 起始數字為  $0$ ，最後一個數字為  $M-1$
- 數列中  $E+1$  不可以緊接在  $E$  之後

生物數列的連續子數列稱為數段 (segments)。

如果一個數段的起點為該數段最小的數字，終點為該數段最大的數字且與起點不是同一個數字，且介於這兩個數字之間所有的整數都出現在這個數段中，則稱這個數段為框段 (framed interval)，如果框段中並不包含更小的框段，則稱之為障礙段 (empodio)。

以  $(0,3,5,4,6,2,1,7)$  這個生物數列為例。整個生物數列是一個框段，可是它包含了另外一框段  $(3,5,4,6)$ ，因此該生物數列不是障礙段。而框段  $(3,5,4,6)$  並不包含任何更短的框段所以它是一個障礙段，而且是此生物數列中唯一的障礙段。

請寫一個程式，在輸入生物數列後，輸出所有的障礙段 (empodia 為 empodio 的複數形)。

### 輸入

輸入檔名為 `empodia.in`。第一行為單一整數  $M$ ，代表生物數列的長度。生物數列中的數字依序出現在接下來的  $M$  行，每一行有一個整數。

### 輸出

輸出檔名為 `empodia.out`。檔案中的第一行為一整數  $H$ ，代表該生物數列中的障礙段的個數。接下來的  $H$  行，將每一個障礙段，依照起點在原輸入生物數列中出現的順序，依序輸出。每行以兩個整數  $A$  與  $B$  代表一個障礙段並以一個空白分開，原輸入生物數列第  $A$  個元素為該障礙段之起點，而第  $B$  個元素為該障礙段之終點。

### 輸出輸入範例

empodia.in

empodia.out

```
8
0
3
5
4
6
```

```
1
2 5
```

### 限制條件

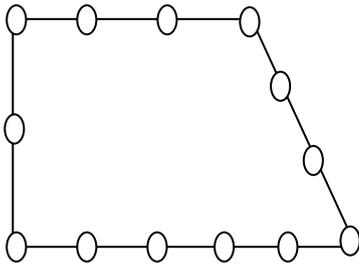
其中一組測試資料  $1000000 \leq M \leq 1100000$ 。除了前面這一組測試資料外，在其他所有的測試資料裡， $1 \leq M \leq 60000$ 。此外有 50% 的測試資料裡， $M \leq 2600$ 。

# 農夫 (Farmer)

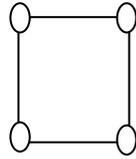
## 問題描述

某一農夫有一些塊狀的農地，每一塊地的周圍種滿了白扁柏樹。該農夫另外也擁有一些長條狀的農地，這些長條狀的農地上則只種了一排白扁柏樹。不管是在塊狀農地或是長條狀農地上，每兩棵相鄰的白扁柏樹之間都種了一棵橄欖樹。這位農夫所擁有的白扁柏樹全都種在他的塊狀農地周圍或是在長條狀農地上，而他所擁有的橄欖樹則也全都種在白扁柏樹之間。

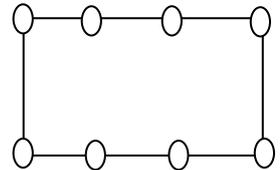
有一天，農夫生了重病，且意識到他可能會撐不過這次的重病。在他過世前幾天，他把大兒子叫到身邊並告訴他：「你可以任選  $Q$  棵白扁柏樹，而你所選的連續兩棵白扁柏樹之間的橄欖樹也都歸你」。大兒子可從任何的塊狀農地及長條狀農地中任選白扁柏樹。因為大兒子非常喜歡橄欖樹，因此他希望他所挑中的白扁柏樹能夠讓他繼承越多橄欖樹越好。



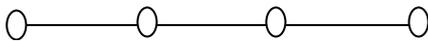
第一塊農地有 13 棵白扁柏樹



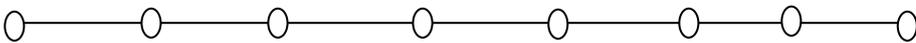
第二塊農地有 4 棵白扁柏樹



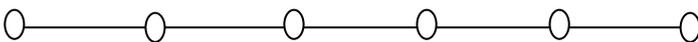
第三塊農地有 8 棵白扁柏樹



第一個長條狀農地有 4 棵白扁柏樹



第二個長條狀農地有 8 棵白扁柏樹



第三個長條狀農地有 6 棵白扁柏樹

圖例一：白扁柏樹種植範例，圖中並沒有將橄欖樹表示出來。

在圖例一中，假設大兒子必須選擇  $Q=17$  棵白扁柏樹，如要繼承最多橄欖樹的話，他就應該選擇第一塊農地及第二塊農地上的所有白扁柏樹，從而繼承 17 棵橄欖樹。

請寫一個程式，當給定所有塊狀農地、長條狀農地資訊及所需選擇的白扁柏樹個數時，找出大兒子所能繼承的最大橄欖樹數量。

### 輸入

輸入檔檔名為 farmer.in。第一行包含有整數  $Q$ ，代表大兒子所需選擇的白扁柏樹數量；整數  $M$ ，代表塊狀農地數；及整數  $K$ ，代表長條狀農地數。第二行包含  $M$  個整數， $N_1, N_2, \dots, N_M$ ，其中  $N_I$  代表第  $I$  個塊狀農地上的白扁柏樹數量。第三行包含  $K$  個整數， $R_1, R_2, \dots, R_K$ ，其中  $R_J$  代表第  $J$  個長條狀農地上的白扁柏樹數量。

### 輸出

輸出檔檔名為 farmer.out。此檔應只有一整數，代表大兒子所能繼承的最大橄欖樹數量。

### 範例輸入及輸出

farmer.in

```
17 3 3
13 4 8
4 8 6
```

farmer.out

```
17
```

### 限制

在所有的輸入中， $0 \leq Q \leq 150000$ ,  $0 \leq M \leq 2000$ ,  $0 \leq K \leq 2000$ ,  $3 \leq N_1 \leq 150$ ,  $3 \leq N_2 \leq 150, \dots$ ,  $3 \leq N_M \leq 150$ ,  $2 \leq R_1 \leq 150$ ,  $2 \leq R_2 \leq 150, \dots$ ,  $2 \leq R_K \leq 150$ 。在所有塊狀及長條狀農地上的總白扁柏樹數量至少會是  $Q$ 。除此之外，在 50% 的輸入檔中， $Q \leq 1500$ 。

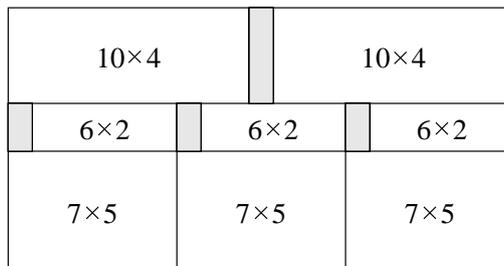
## 菲迪亞斯神(Phidias)

### 問題描述

有名的希臘雕刻神菲迪亞斯正在為他下一座雄偉的雕像作準備。為了這座雕像他需要大小為  $W_1 \times H_1, W_2 \times H_2, \dots, W_N \times H_N$  的矩形大理石板。

最近菲迪亞斯獲得一塊矩形大理石塊。菲迪亞斯想把這塊石板切成所需要的大小。石板或是石板所切割出的部分都可以由垂直(或水平)方向縱貫(或是橫貫)加以切割到底，成兩塊矩形石板，同時切割出的這兩塊矩形石板都必須具有整數的寬度與高度。石板只能以此種方法加以切割，同時石板不能粘合成較大石板。因為石板具有花紋，所以石板也不能旋轉。如果菲迪亞斯切割出一塊  $A \times B$  的石板，則此石板不能被當成  $B \times A$  的石板使用，除非  $A$  等於  $B$ 。對每一種所需石板大小菲迪亞斯可切割出零或更多塊石板。如果當所有的切割完成時，一塊產生出的石板並不是任何所需要的大小，則此石板成為廢料。菲迪亞斯想知道如何切割最初的石板，讓所產生的廢料最少。

舉例來說，下圖中的原始石板寬度為 21 且高度為 11，而所需石板大小為  $10 \times 4, 6 \times 2, 7 \times 5$  及  $15 \times 10$ ，則最小廢料總面積為 10。下圖同時畫出最小廢料總面積為 10 的切割方法。



你的工作是寫一個程式由給定的原始石板大小及所需要的各種石板大小計算出最小的廢料總面積。

## 輸入

輸入檔名為 `phidias.in`。輸入檔第一行為兩個整數。第一個整數  $W$  為原始石板的寬度，第二個整數  $H$  為原始石板的高度。輸入檔第二行為一個整數  $N$ ，代表所需石板種類數目。以下  $N$  行為各種所需石板的大小。每一行為兩個整數，第一個整數為所需石板寬度  $W_i$ ，第二個整數為所需石板高度  $H_i$  ( $1 \leq i \leq N$ )。

## 輸出

輸出檔名為 `phidias.out`。輸出檔為一行且僅包含一個整數，代表最小廢料總面積。

## 範例輸入及輸出

`phidias.in`

```
21 11
4
10 4
6 2
7 5
```

`phidias.out`

```
10
```

## 限制

在所有的輸入中， $1 \leq W \leq 600$ ， $1 \leq H \leq 600$ ， $0 \leq N \leq 200$ ， $1 \leq W_i \leq W$ ，並且  $1 \leq H_i \leq H$ 。除此之外，在 50% 的輸入檔中， $W \leq 20$ ， $H \leq 20$  並且  $N \leq 5$ 。